EXAMEN TIPO DE ECONOMETRÍA

Bloque 1. OLS

1. **Consideren el siguiente modelo de regresión lineal,**

$$Y_i = \beta X_i + u_i$$

Un investigador propone el siguiente estimador $\beta^* = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$.

a) **Demuestra que dicho estimador es lineal e en** Y_i **y es insesgado.**

b) **Obtén el estimador de** β **por OLS.**

c) **Asume que se cumplen todos los supuestos de Gauss Markov, entonces cuál de los estimadores eliges y ¿por qué? Demuestra tu respuesta.**

2. **Demuestra que la** R^2 **de una regresión lineal simple de Y contra X es igual al cuadrado de la correlación muestral entre Y y X. Demuestra que la** R^2 **de una regresión de Y contra X es la misma que la de la regresión de X contra Y.**

Bloque 2. Temas adicionales

3. **Consideren el siguiente modelo lineal**

$$Y_i = \beta_1 d_{1i} + \beta_2 d_{2i} + u_i$$

Las variables d_{1i} **y** d_{2i} **son dos variables dummies, y como pueden observar se ha eliminado la constante con el fin de incluir los dos grupos. Por ejemplo,** $d_{1i} = 1$ **si es hombre y cero en caso de mujer;** $d_{2i} = 1$ **si es mujer y cero si es hombre.**

Demuestra que al estimar el modelo por OLS los estimadores son iguales a las medias muestrales de la variable dependiente para cada categoría.

4. **Se desea estimar el siguiente modelo:**

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t,$$

Donde las variables x_t e y_t se refieren a los precios de alquiler de los cuartos de hotel y al nivel de ocupación hotelera para el trimestre t, respectivamente. La variable ε_t cumple los supuestos clásicos. Como sabes, puede ser conveniente discriminar entre datos de temporada alta respecto a aquellos de temporada baja.

Para tener en cuenta este problema, se definen las dummies

- **DA_t que vale 1 si el trimestre t se corresponde con temporada alta y 0 en otro caso.**
- **DB_t que vale 1 si el trimestre t se corresponde con temporada baja y 0 en otro caso.**

Para llevar a cabo la estimación del modelo anterior se proponen las siguientes alternativas

Alternativa 1 : $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_3 DA_t + \alpha_4 DB_t + \varepsilon_t$
Alternativa 2 : $y_t = \delta_0 + \gamma_1 DA_t + \delta_1 x_t + \varepsilon_t$
Alternativa 3 : $y_t = \theta_1 DA_t + \theta_2 DB_t + \lambda_1 x_t + \varepsilon_t$

¿Cuál modelo es incorrecto y por qué?

5. **Explique en qué consiste la prueba RESET para linealidad y cuáles son sus principales restricciones para su aplicación.**

6. **Supongan que el verdadero modelo es:**

$$Y = X_1\beta_1 + \beta_2 X_2 + u_i$$

Donde X_1 y X_2 son matrices de orden $n*k_1$ y $n*k_2$. Sin embargo, un investigador decidió omitir las variables contenidas en la matriz X_2.

a) **¿Cuál es el estimador obtenido por OLS bajo esta omisión de variables?**

b) **¿Es el estimador insesgado? De no ser el caso que condición se debe establecer para que lo sea.**

Bloque 3. Heterocedasticidad y autocorrelación

7. **Supongan el siguiente modelo de regresión lineal simple,**

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

a) **Expresen el modelo en forma matricial.**

b) **Supongan que se cumplen los supuestos: $E(u_i|X_i)=0$, X_i y Y_i son i.i.d. y que tanto x_i como u_i tienen varianza finita y no cero. Específicamente, supongan que:**

$$Var(u_i|X_i) = \sigma^2 \begin{pmatrix} x_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & x_n^2 \end{pmatrix}$$

   a) **Si estimamos por OLS ¿los estimadores siguen siendo insesgados? ¿Eficientes?**

   b) **Como estimarías el modelo por GLS. Específica el valor del estimador y, desde luego, su varianza.**

8. **Suponga que el modelo de regresión lineal es:**

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$$

Donde $f(u_i) = \left(\frac{1}{\lambda}\right) e^{-u_i/\lambda}$, $u_i \geq 0$

Éste es un modelo especial donde se supone que todas las perturbaciones son positivas.

a) **Demuestra que $E(u_i)=\lambda$**
b) **Demuestra que la pendiente de MCO es insesgada mientras que la ordenada al origen es sesgada.**

9. **Considera el siguiente modelo**

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + U_t, \quad (\text{donde } u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t)$$

Supongan que disponen de 20 datos y estiman el modelo por OLS. Los resultados son:

	Coeficiente	Desviación estándar	t	p
Constante	-56.133	5.440	-10.32	0.000
x	0.126230	0.004365	28.92	0.000

Durban-Watson statistic = 0.65

(1) **Dado que $E(u_t\, u_s) \neq 0$, si $t \neq s$; $E(\varepsilon_t\, \varepsilon_s) = 0$, si $t \neq s$, comprobar $|\rho| < 1$**
(2) **Calcular la varianza de u.**
(3) **Detectar la existencia de autocorrelación a través de estadístico de Durban-Watson (para nivel de significancia de α=0.05 y t=20, k=1, d_l=1.20, d_u=1.41)**
(4) **Calcular ρ**
(5) **Construir la matriz Ω^{-1}.**

Bloque 4. Normalidad

10. **En el entendido de que el estadístico Jarque-Bera tiene la siguiente especificación**

$$\frac{N-K}{6}\left[S^2 + \frac{(K-3)^2}{4}\right]$$

¿Cuáles son los valores del sesgo (s) y la kurtosis (k) bajo la hipótesis nula de normalidad?

Evalué el estadístico bajo la hipótesis nula y comente los resultados.

11. **En el enfoque Jarque-Bera especifique cual es el procedimiento empírico para probar normalidad.**