Microeconomía
Examen tipo Primer parcial
Semestre 2017-I

Consumidor

1. Demuestre que si $\gtrsim$ es una relación de preferencia, entonces la relación $\succ$es transitiva y la relación $\sim$ es transitiva. Muestre también que si $x^1 \sim x^2 \gtrsim x^3$, entonces $x^1 \gtrsim x^3$.

2. Un consumidor de dos bienes enfrenta precios positivos y tiene un ingreso positivo. Su función de utilidad es:

$$u(x_1, x_2) = max[ax_1 \, , ax_2] + min[x_1, x_2]$$

   Donde $0 < a < 1$

   Con esta información, determine las demandas Marshallianas

3. Con la siguiente función de utilidad Cobb-Douglas:

$$u(x) = A \prod_{i=1}^{3} X_i^{\alpha i} \ donde\ A > 0, y \ \sum_{i=1}^{3} \alpha\ i = 1$$

a) Resuelva el problema del consumidor considerando la restricción $P_1X_1 + P_2X_2 + P_3X_3 = M$, derive las demandas Marshalianas y la función directa de Utilidad.
b) Compruebe que las demandas son homegeneas de grado cero en precios e ingreso y explique su significado.
c) ¿Cuánto incrementa la utilidad si se incrementa el ingreso en una unidad? (considere el *multiplicador de Lagrange* en su respuesta).

5. Calcule las demandas *Hicksianas* y la ecuación de gasto del problema

$$\min e = x_1 + 2x_2$$
s.a.

$$x_1 x_2 \geq 8$$
$$x_1 \geq 5$$
$$x_2 \geq 0$$

4. En un mundo de dos bienes, la función de utilidad del consumidor toma la forma de *elasticidad constante de sustitución* (CES, por sus siglas en inglés)

$$u(x_1, x_2) = \left(\alpha_1 x_1^{\rho} + \alpha_2 x_2^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}}$$

Demuestre:

a) que cuando $\rho = 1$,las curvas de indiferencia son lineales;
b) que conforme $\rho \to 0$, la función de utilidad representa las mismas preferencias que la función Cobb-Douglas;
c) que conforme $\rho \to \infty$, las curvas de indiferencia son ángulos rectos; esto es, la función de utilidad tiene en el límite un mapa de curvas de indiferencia del tipo de la función de utilidad de Leontief, $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$.

6. El consumidor 1 tiene la función de gasto $e^1(p_1, p_2, w^1) = u^1\sqrt{p_1 p_2}$; mientras el consumidor 2 tiene la función de utilidad $u^2(x_1, x_2) = x_1^3 x_2^a$.

a) ¿Cuáles son las funciones de demanda *Marshallianas* de cada uno de los bienes por parte de cada consumidor?
b) ¿Qué valor deber tener el parámetro $\boldsymbol{a}$ para que exista una función de demanda agregada independiente de la distribución de la renta?

7. Con base en los siguientes datos:

Maximizar $u(x_1, x_2) = 3x_1+x_2$
s.a $P_1X_1 + P_2X_2$= m

X_0	X_1
m = 400	m = 400
p_1 = 40	p_1 = 50
p_2 =20	P_2 = 20

Donde X_0 es la situación inicial y X_1, es la situación final.

a) Calcule el efecto ingreso y el efecto sustitución. Compare los dos efectos y diga cuál es mayor.
b) Calcule la situación intermedia y diga cuál es el nivel del ingreso que bajo P1=50 y P2 = 20, permite regresar al mismo nivel de utilidad de X_0.
c) Encuentre las demandas Hicksianas y la función de gasto. Determine la cuasiconcavidad (cuasiconvexidad) de la matriz de sustitución.

Productor

8. Con las siguientes funciones de producción:
   a) $\mathrm{q}(\mathrm{K},\mathrm{L}) = 2\mathrm{L}^{\frac{1}{2}}\mathrm{K}^{\frac{1}{4}}$
   b) $\mathrm{q}(\mathrm{K},\mathrm{L}) = 6\mathrm{L} + 2\mathrm{K}$
   c) $\mathrm{q}(\mathrm{K},\mathrm{L}) = (\mathrm{L}^{\frac{1}{2}} + \mathrm{K}^{\frac{1}{2}})^2$

   Determine:

   a) La elasticidad de sustitución.
   b) Los rendimientos de escala (globales).
   c) Los rendimientos de escala (locales).

9. De acuerdo a las siguientes funciones de producción determine la demanda condicionada de factores y la oferta de la empresa:
   a) $Y(K,L) = min\left\{\frac{k}{\alpha}, \frac{l}{\beta}\right\}^Z$
   b) $Y(K,L) = max\{k,l\}$

10. Sea la función de producción

$$q = f(k,l) = k^{\frac{1}{2}} + l^{\frac{1}{2}}.$$

   a) Obtenga la función de costos de corto y largo plazo.
   b) Elija un nivel de producción y compruebe que el costo de corto plazo es mayor al de largo plazo.
   c) Cuál es el capital de corto plazo que asegura que los costos de corto y largo plazo son iguales.

11. Sea la función de producción: $f(k,l) = k^{\frac{1}{2}} + l^{\frac{1}{2}}$
   a) Calcular la función de oferta, la demanda de insumos y la función de beneficios.
   b) Comprobar que la función de oferta es HG0.

c) Verificar que la función de beneficios es HG1, creciente en p y decreciente en r y w.
d) Utilizar el lema de Hotelling para calcular la función de oferta y demanda de factores.
e) Construir la matriz $\nabla^2\pi\,(\boldsymbol{p}) = \nabla y(\boldsymbol{p})$ Comprobar que es una matriz simétrica, semi-definida positiva y cumple la Ley de Euler $\nabla y(\boldsymbol{p})p = 0$.

12. Sea la función de producción

$$f(k,\ell) = (k^p + \ell^p)^{\frac{1}{p}}$$

a) Compruebe que la elasticidad de sustitución es constante.
b) Calcule la elasticidad local.
c) Obtenga la función de costos de largo plazo.

13. Sea una función de producción $Y(K,L) = 4K^{1/4}L^{1/4}$ determinar:
a) la demanda de insumos que maximizan el producto.
b) el nivel de producto que maximiza el beneficio en el corto plazo si K =20.